

Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Estiva, Lunedì 15 Luglio 2019

Compito scritto

- 1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^{\infty} \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} \cos x \, dx.$$

- 2) Si valuti il termine dominante nell'espansione asintotica di

$$F(x) := \int_0^1 e^{ax \sinh^4 t} \, dt$$

per $x \rightarrow \infty$, al variare di $a \in \mathbb{R}$.

- 3) Sia $\mathfrak{h} = \mathfrak{su}(3) \oplus \mathfrak{u}(1) \subset \mathfrak{su}(4)$ la subalgebra definita da

$$\left\{ \begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid X \in \mathfrak{su}(3) \right\} \oplus \left\{ iy \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \mid y \in \mathbb{R} \right\}.$$

Si determini la decomposizione in rappresentazioni irriducibili di \mathfrak{h} della rappresentazione aggiunta di $\mathfrak{su}(4)$. [*Suggerimento*: si determinino gli autovalori dei generatori del Cartan di $\mathfrak{su}(3)$ e di Y di $\mathfrak{u}(1)$ nella rappresentazione aggiunta di $\mathfrak{su}(4)$.]

- 4) Si determini il vettore di peso massimo della rappresentazione $(2, 0)$ che compare nella decomposizione del prodotto tensoriale della rappresentazione $(1, 1) \otimes (2, 0)$ di $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$. [*Suggerimento*: si ricordi che la $(1, 1)$ è la rappresentazione aggiunta e si realizzi la $(2, 0)$ come $S^2\mathbb{C}^3$, cioè il prodotto tensoriale simmetrico della fondamentale.]