

Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Estiva, Martedì 25 Giugno 2019

Compito scritto

- 1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^1 \frac{\ln(1-x)}{x} dx.$$

- 2) Data l'equazione differenziale

$$z^2(z^2 + 1)u'' + 2z^3u' - \alpha(\alpha + 1)u = 0,$$

con $\alpha \notin \mathbb{Z}$,

- si determinino le singularità Fuchsiane ed i relativi indici;
- si scriva il P -simbolo dell'equazione;
- si scriva la soluzione generale nell'intorno dell'origine, in termini di funzioni ipergeometriche.

- 3) Dato l'isomorfismo di algebre di Lie complesse $A_1 \oplus A_1 \sim D_2$, determinare la forma reale di $A_1 \oplus A_1$ isomorfa a $\mathfrak{so}(2, 2)$. [*Suggerimento*: si determini la segnatura della forma di Killing delle forme reali]

- 4) Sia $\mathfrak{h} = \mathfrak{su}(2) \oplus \mathfrak{u}(1) \subset \mathfrak{su}(3)$ la subalgebra definita da

$$\left\{ \begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, X \in \mathfrak{su}(2) \right\} \oplus \left\{ Y = iy \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, y \in \mathbb{R} \right\}.$$

Si determini la decomposizione in rappresentazioni irriducibili di \mathfrak{h} della rappresentazione aggiunta di $\mathfrak{su}(3)$. [*Suggerimento*: si determinino gli autovalori del generatore del Cartan di $\mathfrak{su}(2)$ e di $Y \in \mathfrak{u}(1)$ sulla rappresentazione aggiunta di $\mathfrak{su}(3)$].