

Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Invernale, Martedì 19 Febbraio 2019

Compito scritto

- 1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^\infty \ln \frac{(x+1)^2 + a^2}{(x-1)^2 + a^2} \sin bx \, dx,$$

con $a, b > 0$.

- 2) Si determini, al variare del parametro $a > 0$, il termine dominante nell'espansione asintotica di

$$F(x) := \int_0^a e^{-x(2t^3-3t^2)} t^3 \, dt,$$

per $x \rightarrow +\infty$.

- 3) Si consideri l'isomorfismo di algebre di Lie complesse $\mathfrak{sl}(4, \mathbb{C}) \sim \mathfrak{so}(6, \mathbb{C})$. Calcolando la segnatura delle loro forme di Killing, si determini a quale fra le forme reali $\mathfrak{so}(p, q)$, $p + q = 6$, di $\mathfrak{so}(6, \mathbb{C})$ è isomorfa la forma reale $\mathfrak{su}(2, 2)$ di $\mathfrak{sl}(4, \mathbb{C})$. [*suggerimento*: per la forma di Killing di $\mathfrak{so}(6, \mathbb{C})$ si assuma la formula $(X, Y) = \lambda \text{Tr}(XY)$ per $\lambda > 0$.]
- 4) Si determini la decomposizione in rappresentazioni irriducibili del prodotto tensoriale $(2, 0, 0) \otimes (0, 0, 2)$ di rappresentazioni di $\mathfrak{sl}(4, \mathbb{C})$.