

# Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Estiva, Lunedì 10 Luglio 2017

Compito scritto

- 1) Sia  $[a, b] \subset \mathbb{R}$ . Sia  $V(z)$  analitica in un aperto  $D \subset \mathbb{C}$ , tale che  $[a, b] \subset D$ . Sia data la funzione

$$R(z) := \frac{\sqrt{(z-a)(z-b)}}{4\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{1}{z-u} \frac{V(u)}{\sqrt{(u-a)(u-b)}} du, \quad z \in \mathbb{C} \setminus [a, b],$$

con  $\Gamma$  contorno semplice in  $\mathbb{C}$ , orientato in senso antiorario, che racchiude l'intervallo  $[a, b]$ , ma nessun'altra singolarità dell'integrando. Dimostrare che  $R(z)$  è soluzione dell'equazione

$$R(x+i0) + R(x-i0) = V(x), \quad x \in [a, b].$$

Calcolare la funzione  $R(z)$  nel caso  $V(x) = x$ . Determinare poi i valori di  $a, b$  affinché

$$R(z) \sim \frac{1}{z} + O\left(\frac{1}{z^2}\right), \quad z \rightarrow \infty.$$

- 2) Si determini il termine dominante nell'espansione asintotica di

$$I(x) := \int_{-\infty+i0}^{\infty+i0} e^{-2xt^2-4x/t} dt$$

per  $x \rightarrow \infty$ .

- 3) Determinare la segnatura della forma di Killing di  $\mathfrak{su}(3, 3)$ .
- 4) Determinare il vettore di peso massimo della rappresentazione banale che compare nella riduzione in rappresentazioni irriducibili del prodotto tensoriale  $(n) \otimes (n)$  di  $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$  per  $n \in \mathbb{N}$ .