

# Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Primavera, Lunedì 10 Aprile 2017

Compito scritto

- 1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{p-1}}{1+x^q} \ln x \, dx, \quad 0 < p < q.$$

- 2) Si determini il termine dominante nell'espansione asintotica di

$$F(x) := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{ix[\sin \theta - \theta \cos \beta]} d\theta, \quad |\beta| < \frac{\pi}{2}$$

per  $x \rightarrow +\infty$ .

- 3) Sia  $V = \mathbb{C}^n$  la rappresentazione  $(1, 0, \dots, 0)$  di  $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ . Si decomponga per ogni  $n$  la rappresentazione  $\wedge^2 V \otimes \wedge^2 V$  e si determini per  $n = 4$  il vettore di peso massimo della rappresentazione banale che compare nella decomposizione.

- 4) Si determini lo spettro di

$$t = \text{diag}(t_1 \dots t_5), \quad \sum_i t_i = 0$$

della subalgebra di Cartan di  $\mathfrak{sl}(5, \mathbb{C})$ , nella rappresentazione di peso massimo  $(0, 0, 0, 1)$ .