

# Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Invernale, Lunedì 9 Gennaio 2017

Compito scritto

- 1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^\infty \frac{b \ln(1+ax) - a \ln(1+bx)}{x^2} dx, \quad a, b > 0.$$

Si suggerisce di calcolare preliminarmente:

$$\int_0^\infty \frac{b \ln(1+ax)}{x^{2-\delta}} dx, \quad a, b > 0, \quad 0 < \delta < 1.$$

- 2) Data la rappresentazione integrale

$$P_n(x) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\mathcal{C}_0} \frac{1}{t^{n+1}} \frac{dt}{\sqrt{t^2 - 2xt + 1}},$$

con  $\mathcal{C}_0$  circuito antiorario attorno all'origine, sufficientemente piccolo da non racchiudere alcun'altra singolarità dell'integrando, si determini il comportamento asintotico a grandi  $n$  di  $P_n(\cosh \alpha)$ , per  $\alpha > 0$ .

- 3) Si determini la segnatura della forma di Killing di  $\mathfrak{so}(2, 2)$ .
- 4) Si determini la decomposizione in rappresentazioni irriducibili di  $\mathfrak{su}(n)$  per  $n \geq 3$  della rappresentazione  $(0, 1, 0, \dots, 0) \otimes (0, 1, 0, \dots, 0)$ .