

# Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Invernale, Martedì 10/02/2015

Compito scritto

1) Data l'equazione differenziale:

$$z^2 u'' + \frac{4z^2}{2z-1} u' - \frac{7}{36(2z-1)^2} u = 0,$$

Si individuino i punti singolari, indicandone la natura e i relativi esponenti indiciali, e si determini la soluzione generale.

2) Si calcoli l'integrale

$$I = \int_0^1 \frac{x^\alpha (1-x)^{1-\alpha}}{1+x} dx ,$$

per  $\alpha$  reale,  $-1 < \alpha < 2$ .

3) Si consideri l'algebra di Lie reale

$$\mathfrak{so}(2, 1) = \{X \in M_3(\mathbb{R}), f(u, Xv) + f(Xu, v) = 0, \forall u, v \in \mathbb{R}^3\},$$

dove  $f(u, v) = u_1 v_1 + u_2 v_2 - u_3 v_3$ . Si determini un isomorfismo fra l'algebra complessificata  $\mathfrak{so}(2, 1)_{\mathbb{C}}$  e  $\mathfrak{so}(3, \mathbb{C})$ .

4) Si determini la decomposizione in rappresentazioni irriducibili di  $A_2 = \mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$  della rappresentazione  $(1, 0) \otimes (0, 1)$ .