

Complementi di Metodi Matematici per la Fisica

Docenti: Filippo Colomo e Giuliano Panico
Sessione Invernale, Martedì 7 Febbraio 2023
Compito scritto¹

- 1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{x+1} \frac{1}{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{1}{x} - 1\right)} dx.$$

- 2) Si calcoli il termine dominante nell'espansione asintotica di

$$F(\alpha, N) := \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-N(x^2 - 2i\alpha x)}}{x^2 + 1}, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

per $N \rightarrow +\infty$.

- 3) Si risolva il seguente problema di Cauchy utilizzando il metodo della variazione delle costanti:

$$\begin{cases} y''(x) + y(x) = \cos x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}.$$

- 4) Si consideri l'equazione differenziale

$$z^3 u''(z) + \frac{1}{3} z^2 u'(z) - u(z) = 0.$$

- i) Si studino i punti singolari dell'equazione e, quando appropriato, si determinino i relativi indici.
ii) Si trovino due soluzioni indipendenti.

¹NB: per l'ammissione all'orale è necessario svolgere correttamente almeno un esercizio tra i primi due, e uno tra i secondi due.